# Logica e Reti Logiche

Anno Accademico: 2026-2027

# Primo Test Intermedio

Docente: Francesco Pasquale

16 novembre 2026

**Compito B**

*Ogni esercizio vale 6 punti. La sufficienza si raggiunge con 18 punti.*

**Esercizio 1.** Sia $\{F_n : n \in \mathbb{N}\}$ la successione dei numeri di Fibonacci

$$\begin{cases} F_1 = F_2 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \quad \text{per } n \geqslant 3 \end{cases}$$

Dimostrare per induzione che per ogni $n \geqslant 1$

$$F_n < 2^n$$

**Esercizio 2.** Scrivere una formula equivalente alla formula $(p \vee q) \wedge r$ che contenga soltanto i connettivi $\to$ e $\neg$.

**Esercizio 3.** Sia $\mathcal{S}$ il sistema assiomatico definito dai seguenti schemi di assiomi

**A1** : $X \to (Y \to X)$

**A2** : $[X \to (Y \to Z)] \to [(X \to Y) \to (X \to Z)]$

e dalla regola di inferenza *Modus Ponens*. Dimostrare che nel sistema $\mathcal{S}$

$$\{(p \to q) \to r\} \vdash q \to r$$

**Esercizio 4.** Dare un'interpretazione in cui la formula seguente è vera e un'interpretazione in cui è falsa

$$\neg\exists x P(x) \vee \forall x P(x)$$

**Esercizio 5.** Una delle due formule seguenti è valida, l'altra no:

1. $\forall x P(x) \wedge \neg\exists x Q(x) \to \forall x \left(P(x) \wedge \neg Q(x)\right)$
2. $\exists x P(x) \wedge \neg\forall x Q(x) \to \exists x \left(P(x) \wedge \neg Q(x)\right)$

Per la formula valida dare una dimostrazione usando il metodo dei *tableaux*; per quella non valida esibire un'interpretazione in cui la formula è falsa.