Logica e Reti Logiche

Anno Accademico: 2026-2027

Primo Test Intermedio

Docente: Francesco Pasquale

16 novembre 2026

Compito A

Ogni esercizio vale 6 punti. La sufficienza si raggiunge con 18 punti.

Esercizio 1. Sia $\{F_n : n \in \mathbb{N}\}$ la successione dei numeri di Fibonacci

$$\begin{cases} F_1 = F_2 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \quad \text{per } n \geqslant 3 \end{cases}$$

Dimostrare per induzione che per ogni $n \geqslant 1$

$$F_{2n} \geqslant 2^{n-1}$$

Esercizio 2. Scrivere una formula equivalente alla formula $(p \wedge q) \vee r$ che contenga soltanto i connettivi $\to$ e $\neg$.

Esercizio 3. Sia $\mathcal{S}$ il sistema assiomatico definito dai seguenti schemi di assiomi

A1 : $X \to (Y \to X)$

A2 : $[X \to (Y \to Z)] \to [(X \to Y) \to (X \to Z)]$

e dalla regola di inferenza *Modus Ponens*. Dimostrare che nel sistema $\mathcal{S}$

$$\{p \to q\} \vdash (r \to p) \to (r \to q)$$

Esercizio 4. Dare un'interpretazione in cui la formula seguente è vera e un'interpretazione in cui è falsa

$$\exists x P(x) \wedge \neg \forall x P(x)$$

Esercizio 5. Una delle due formule seguenti è valida, l'altra no:

1. $\forall x \, (P(x) \vee \neg Q(x)) \to \forall x P(x) \vee \neg \exists x Q(x)$
2. $\exists x \, (P(x) \vee \neg Q(x)) \to \exists x P(x) \vee \neg \forall x Q(x)$

Per la formula valida dare una dimostrazione usando il metodo dei *tableaux*; per quella non valida esibire un'interpretazione in cui la formula è falsa.