

# Logica e Reti Logiche

## Anno Accademico: 2025-2026

### Primo Test Intermedio

Docente: Francesco Pasquale

18 novembre 2025

#### Compito A

Ogni esercizio vale 6 punti. La sufficienza si raggiunge con 18 punti.

**Esercizio 1.** Sia  $\{a_n\}_{n \geq 0}$  la successione definita da

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_n = 2a_{n-1} + n - 1 \end{cases} \quad \text{per ogni } n \geq 1$$

Dimostrare per induzione che  $a_n = 2^{n+1} - (n + 1)$ , per ogni  $n \geq 0$ .

**Esercizio 2.** Per ognuna delle due formule seguenti dire se la formula è una tautologia, una contraddizione o una contingenza, motivando adeguatamente la risposta

1.  $[p \rightarrow (q \wedge r)] \equiv (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$
2.  $[(p \wedge q) \rightarrow r] \equiv (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$

**Esercizio 3.** Sia  $\mathcal{S}$  il sistema assiomatico definito dai seguenti schemi di assiomi

$$\mathbf{A1} : X \rightarrow (Y \rightarrow X)$$

$$\mathbf{A2} : (X \rightarrow Y) \rightarrow [(X \rightarrow \neg Y) \rightarrow \neg X]$$

e dalla regola di inferenza *Modus Ponens*. Dimostrare che nel sistema  $\mathcal{S}$

$$\{p \rightarrow q, \neg q\} \vdash \neg p$$

**Esercizio 4.** Dire se la formula seguente è valida oppure no. In caso affermativo dimostrarlo usando il metodo dei *tableaux*, in caso negativo esibire un'interpretazione che rende falsa la formula

$$\forall x \exists y \neg P(x, y) \equiv \neg \exists x \forall y P(x, y)$$

**Esercizio 5.** Si considerino le due formule

$$\mathcal{A} : \forall x P(x) \wedge \neg \forall x Q(x) \quad \text{e} \quad \mathcal{B} : \exists x [P(x) \wedge \neg Q(x)]$$

Per ognuna delle quattro affermazioni seguenti, dire se l'affermazione è vera oppure no, motivando opportunamente la risposta:

1.  $\mathcal{A}$  implica logicamente  $\mathcal{B}$ ;
2.  $\mathcal{B}$  implica logicamente  $\mathcal{A}$ ;
3.  $\mathcal{A}$  e  $\mathcal{B}$  sono logicamente equivalenti;
4.  $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$  è una formula soddisfacibile.