

Logica e Reti Logiche

Anno Accademico: 2025-2026

Sessione Estiva - Secondo Appello

Docente: Francesco Pasquale

14 luglio 2026

Ogni esercizio vale 6 punti. La sufficienza si raggiunge con 18 punti.

Esercizio 1. Dimostrare per induzione che $2^{2n} - 1$ è divisibile per 3, per ogni $n \geq 1$.

Esercizio 2. Scrivere una formula equivalente alla formula $\neg(p \wedge q)$ utilizzando soltanto il connettivo $\downarrow$ ¹, motivando adeguatamente la risposta.

Esercizio 3. Sia $\mathcal{F}$ la formula seguente

$$\forall x P(x) \wedge \exists x Q(x) \rightarrow \exists x [P(x) \wedge Q(x)]$$

1. Dimostrare che $\mathcal{F}$ è valida usando il metodo dei *tableaux*;
2. Scrivere una formula equivalente a $\mathcal{F}$ senza usare il connettivo $\rightarrow$ e il quantificatore $\forall$.

Esercizio 4. Usando soltanto porte logiche elementari, progettare un circuito con quattro input e un output che implementi la seguente funzione booleana

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \begin{cases} x_1 \oplus x_2 & \text{se } x_3 = x_4 \\ x_1 \wedge x_2 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Esercizio 5. Un circuito sequenziale con un ingresso x , un'uscita y , e due D -FlipFlop è descritto dalle seguenti equazioni:

$$D_1 = (Q_1 \oplus Q_2) + \overline{Q}_2 x; \quad D_2 = (Q_1 \oplus Q_2)\overline{x} + Q_1 Q_2 x; \quad y = \overline{Q}_1 Q_2 \overline{x}$$

dove Q_i e D_i indicano rispettivamente lo stato corrente e lo stato futuro dell' i -esimo FlipFlop, per $i = 1, 2$.

1. Derivare la tabella di stato e il diagramma di stato;
2. Disegnare lo schema del circuito.

¹Si ricorda che con il simbolo $\downarrow$ indichiamo il connettivo *joint denial* (**nor**)